

Übungen zur Physik I

Lösungen zu Blatt 2

Aufgabe 1

a) einzige äußere Kraft während des Fluges ist die Schwerkraft in (-y)-Richtung

Beschleunigungs-Zeit-Gesetz in x-Richtung $a_x = \frac{F_{a,x}}{m} = 0 = \text{konst}$

y- Richtung $a_y = \frac{F_{a,y}}{m} = \frac{-mg}{m} = -9,81 \frac{m}{s^2} = \text{konst}$

Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz in x-Richtung = gleichförmig bewegt:

$$v_x(t) = v_{x,0} = v_0 \cos \alpha = \text{konst}$$

in y-Richtung = gleichförmig beschleunigt:

$$v_y(t) = v_{y,0} - gt = v_0 \sin \alpha - gt$$

Weg-Zeit-Gesetz in x-Richtung:

$$x(t) = v_0 \cos \alpha * t$$

y-Richtung:

$$y(t) = v_0 \sin \alpha * t - \frac{1}{2} g t^2$$

b) Bedingung für Flugzeit t_f :

$$y(t_f) = 0$$

aufgelöst:

$$t_f = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Bedingung für größte Wurfweite:

$$x(t_f) = v_0 * \cos \alpha_{\text{weit}} * t_{f,\text{weit}} = \max$$

t_f eingesetzt:

$$\frac{2v_0^2 \sin \alpha_{\text{weit}} \cos \alpha_{\text{weit}}}{g} = \max$$

Maximum aus erster Ableitung:

$$\left. \frac{d(\sin \alpha \cos \alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha_{\text{weit}}} = 0$$

Ergebnis:

$$\alpha_{\text{weit}} = 45^\circ$$

Aufgabe 2

Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega(t) \equiv \dot{\phi}(t) = 2a * t = 2\pi \frac{\text{rad}}{s^2} * t$$

Winkelbeschleunigung

$$\alpha(t) = \ddot{\phi}(t) = 2a = 2\pi \frac{\text{rad}}{s^2} = \text{konst}$$

Bahngeschwindigkeit:

$$v(t) = \omega(t) * R = 2aR * t = 0,2\pi \frac{m}{s^2} * t$$

Beschleunigung entlang Bahn:

$$a_{\parallel} = \frac{dv(t)}{dt} = 0,2\pi \frac{m}{s^2} = \text{konst}$$

Beschleunigung senkrecht Bahn:

$$a_{\perp}(t) \equiv a_{zp}(t) = \frac{v^2(t)}{R} = 0,4\pi^2 \frac{m}{s^4} * t^2$$

Aufgabe 3

a) Drehfrequenz $f = \frac{v}{2\pi r} = 14,7 \frac{1}{s}$

Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f = 92,6 \frac{1}{s}$ (=Kreisfrequenz)

Periodendauer $T = \frac{1}{f} = 6,78 \cdot 10^{-2} s$

b) Zentripetalbeschleunigung:

$$\mathbf{a}_{zp}(t) = -a_{zp} \mathbf{e}_r(t) = -\frac{v^2}{r} \begin{pmatrix} \cos \varphi(t) \\ \sin \varphi(t) \end{pmatrix} = -2572,4 \frac{m}{s^2} \begin{pmatrix} \cos \left(92,6 \frac{1}{s} t + \varphi_0 \right) \\ \sin \left(92,6 \frac{1}{s} t + \varphi_0 \right) \end{pmatrix}$$

Vergleich des Betrags mit Erdbeschleunigung g : $a_{zp} = 262,2 \cdot g$

c) Geschwindigkeitsvektor für *mitfahrenden* Beobachter (sieht reine Rotation):

$$\mathbf{v}_{mit}(t) = v \mathbf{e}_\varphi(t) = 100 \frac{km}{h} \begin{pmatrix} -\sin \left(92,6 \frac{1}{s} t + \varphi_0 \right) \\ \cos \left(92,6 \frac{1}{s} t + \varphi_0 \right) \end{pmatrix}$$

für *ruhenden* Beobachter (sieht Rotation + Translation mit Geschwindigkeit $(-v \mathbf{e}_x)$):

$$\mathbf{v}_{ruh}(t) = \mathbf{v}_{mit}(t) - v \mathbf{e}_x = 100 \frac{km}{h} \begin{pmatrix} -\sin \left(92,6 \frac{1}{s} t + \varphi_0 \right) - 1 \\ \cos \left(92,6 \frac{1}{s} t + \varphi_0 \right) \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

a) Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = \frac{4\pi}{1s}$, Schwingungsfrequenz $f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{2}{1s}$, Schwingungsdauer

$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2}s$, Anfangsphase $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$, Maximalausschlag $\hat{y} = 0,2m$

b) zum selber machen ☺

c) Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz $v_y(t) = \dot{y}(t) = \dots$

daraus Maximal-Geschwindigkeit: $v_{\max} = 0,8\pi \frac{m}{s} \approx 2,51 \frac{m}{s}$

Zeitpunkte $\frac{4\pi}{1s} t_{v\max} + \frac{3}{2}\pi = n\pi, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

auflösen nach: $t_{v\max} = \frac{(2n-3)\frac{\pi}{2}}{\frac{4\pi}{1s}} = \frac{n-3}{4}s$

für $t_{v\max} > 0$ einschränken auf $n = 2, 3, 4, \dots$

Beschleunigungs-Zeit-Gesetz: $a_y(t) = \dot{v}_y(t) = \dots$

daraus Maximal-Beschleunigung: $a_{\max} = 3,2\pi^2 \frac{m}{s^2} \approx 31,55 \frac{m}{s^2}$

Zeitpunkte: $\frac{4\pi}{1s} t_{a\max} + \frac{3}{2}\pi = (2n+1)\frac{\pi}{2}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

auflösen nach: $t_{a\max} = \frac{(2n-2)\frac{\pi}{2}}{\frac{4\pi}{1s}} = \frac{n-1}{4}s$

für $t_{a\max} > 0$ einschränken auf $n = 1, 2, 3, \dots$

Aufgabe 5

a) Eigenkreisfrequenz Fadenpendel:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Schwingungsdauer

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Pendellänge:

$$l = g \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 = 1,55m$$

b) Faden wird durch Zentripetalbeschleunigung und Komponente der Erdbeschleunigung belastet.

Zentripetalbeschleunigung:

$$a_{zp}(t) = \frac{v^2(t)}{l} = \frac{(\omega(t)l)^2}{l} = \omega^2(t)l$$

Auslenkungswinkel:

$$\beta(t) = \hat{\beta} \sin \omega_0 t$$

Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega(t) = \dot{\beta}(t) = \omega_0 \hat{\beta} \cos \omega_0 t$$

damit:

$$a_{zp}(t) = l(\omega_0 \hat{\beta})^2 \cos^2 \omega_0 t = g \hat{\beta}^2 \cos^2 \omega_0 t$$

Belastung beim Nulldurchgang:

setze z.B. $t=0$

$$F_{Faden} = mg + ma_{zp}(0) = mg(1 + \hat{\beta}^2)$$

Belastung beim Maximalausschlag:

setze z.B. $t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4\omega_0}$

$$F_{Faden} = mg \cos \hat{\beta} + 0$$