

Technische Mechanik I

Prof. Dr. Manfred Braun

m.braun@uni-duisburg.de

Wintersemester 2003/2004

| <i>Lehrveranstaltung</i> | | <i>Zeit</i> | <i>Hörsaal</i> | <i>Beginn</i> |
|---|-----|----------------|----------------|---------------|
| Technische Mechanik I | V 3 | Mi 14:00–15:30 | LB 104 | 15.10.2003 |
| | | Fr 08:15–09:45 | LB 104 | 17.10.2003 |
| | | 14tägig | | |
| Technische Mechanik I Übungen (Dr.-Ing. E. Schopphoff) | Ü 2 | Fr 10:00–11:30 | LB 104 | 17.10.2003 |
| Technische Mechanik I Tutorium | T 2 | | | |
| Gruppe 1 | | Mi 16:00–17:30 | LB 104 | 22.10.2003 |
| Gruppe 2 | | Fr 15:00–16:30 | LB 104 | 24.10.2003 |

Lehrunterlagen

Internet-Adresse des Lehrstuhls für Mechanik

<http://www.mechanik.uni-duisburg.de>

→ Lehre → Lehrunterlagen

- Technische Mechanik I (Prof. Braun)

- Folien
- Skript
- Übungsaufgaben

im Aufbau

- Technische Mechanik I (Prof. Kecskeméthy)

- Vorlesungsunterlagen
 - Übungsaufgaben
-

Technische Mechanik I

1. Kräftesysteme und Gleichgewicht
 2. Gewichtskraft und Schwerpunkt
 3. Reibung
 4. Statik des starren Balkens
 5. Grundbegriffe der Festigkeitslehre
 6. Fachwerke
 7. Torsion
 8. Biegung gerader Balken
 9. Seilstatik
- A. Vektorrechnung

Literatur

Lehrbücher

- D. Gross, W. Hauger, W. Schnell: *Technische Mechanik 1–3*. Band 1: Statik, Band 2: Elastostatik, Band 3: Kinetik. 4. Auflage. Springer, Berlin 1992.
- S. Kessel, D. Fröhlich: *Technische Mechanik/Technical Mechanics*. Fachbegriffe im deutschen und englischen Kontext. Teubner, Stuttgart 1998.
- H. G. Hahn: *Technische Mechanik fester Körper*. Hanser, München 1990.
- K. Wohlhart:
Statik. Grundlagen und Beispiele.
Dynamik. Grundlagen und Beispiele.
Vieweg, Braunschweig 1998.
- K. Magnus, H. H. Müller: *Grundlagen der Technischen Mechanik*. Teubner, Stuttgart 1974.
- F. P. Beer, E. R. Johnston Jr., E. R. Eisenberg, W. E. Clausen, G. H. Staab: *Vector Mechanics for Engineers: Statics*. McGraw-Hill, 7th edition, 2003

Literatur (Fortsetzung)

Übungsbücher

- W. Hauger, H. Lippmann, V. Mannl: *Technische Mechanik 1–3, Aufgaben*.
Springer, Berlin 1991.
- W. Schnell, D. Gross: *Formel- und Aufgabensammlung zur Technischen Mechanik I–III*.
I Statik, II Elastostatik, III Kinetik.
BI Wissenschaftsverlag, Mannheim 1985–1989.
- H. H. Müller, K. Magnus: *Übungen zur Technischen Mechanik*.
Teubner, Stuttgart 1974.

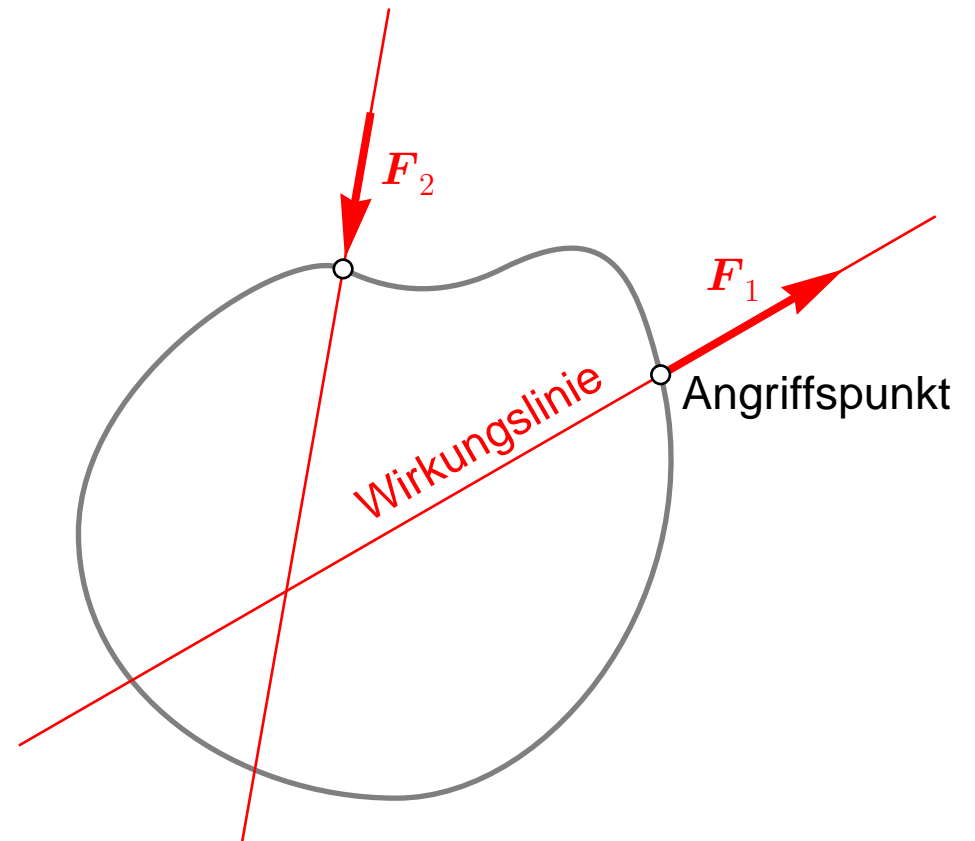
Inhalt

1. Kräftesysteme und Gleichgewicht
 - 1.1 Die Kraft
 - 1.2 Addition und Zerlegung von Kräften
 - 1.3 Ebene Kräftesysteme
 - 1.4 Kräftedipol und statisches Moment
 - 1.5 Räumliche Kräftesysteme
 - 1.6 Gleichgewicht des starren Körpers
 - 1.7 Erstarrungs-, Schnitt- und Gegenwirkungsprinzip
2. Gewichtskraft und Schwerpunkt
3. Reibung
4. Statik des starren Balkens
5. Grundbegriffe der Festigkeitslehre
6. Fachwerke
7. Torsion
8. Biegung gerader Balken
9. Seilstatik

Die Kraft

Bestimmungsgrößen einer Kraft

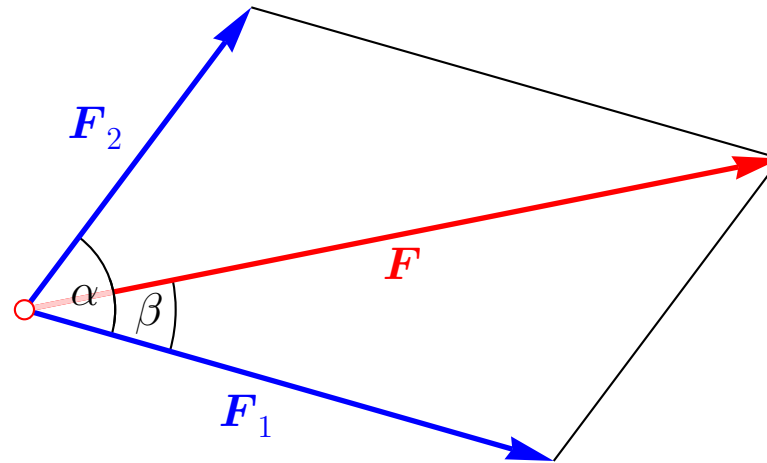
- Betrag F
 - Richtung
 - Wirkungslinie
 - Angriffspunkt
- } Kraftvektor F (\vec{F})



Statische Äquivalenz von Kräften

Zwei Kräfte heißen statisch äquivalent, wenn sie denselben **Betrag**, dieselbe **Richtung** und dieselbe **Wirkungslinie** haben.

Addition und Zerlegung von Kräften



Betrag F der resultierenden Kraft:

(Cosinussatz)

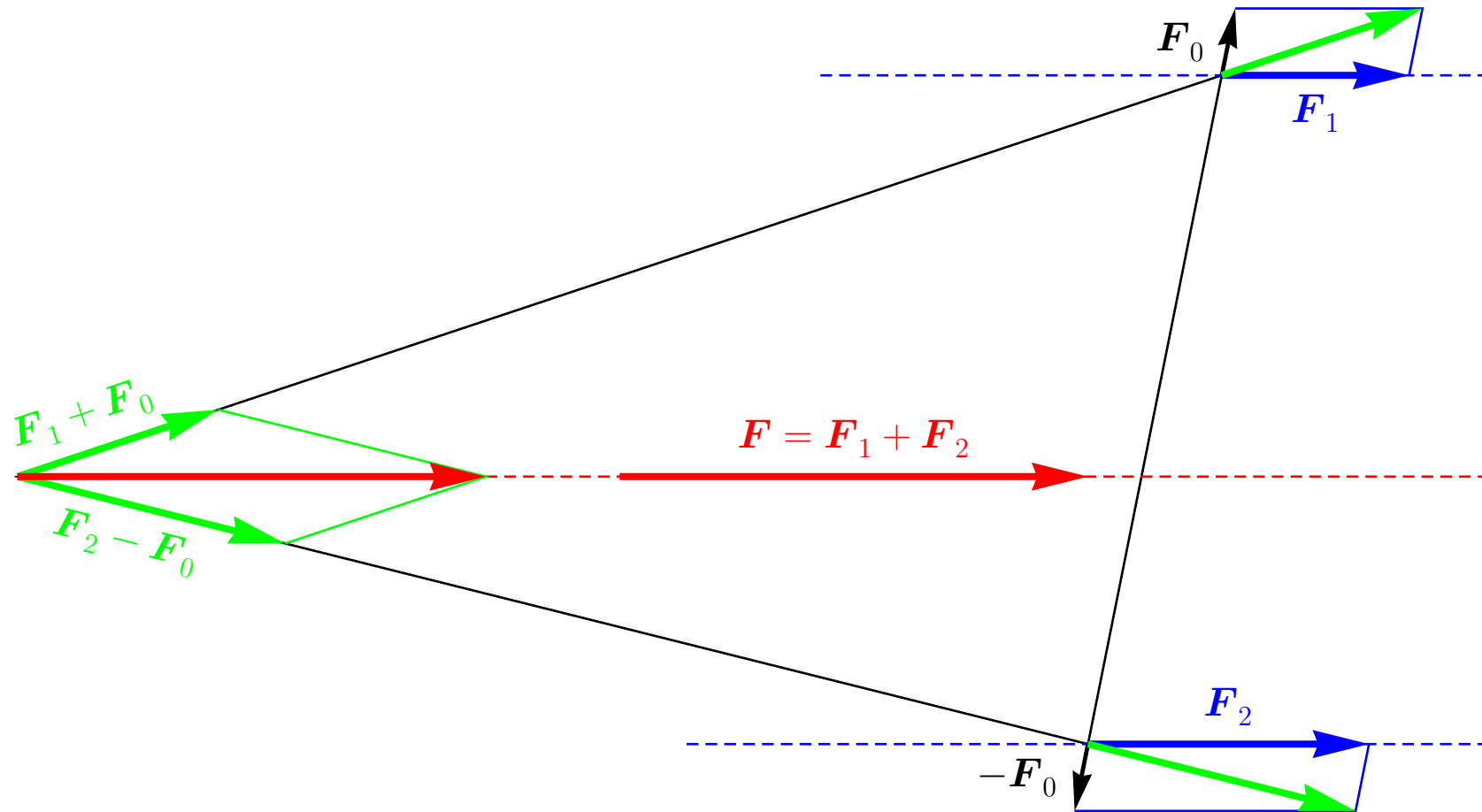
$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos(\pi - \alpha) = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha$$

Richtungswinkel β der resultierenden Kraft:

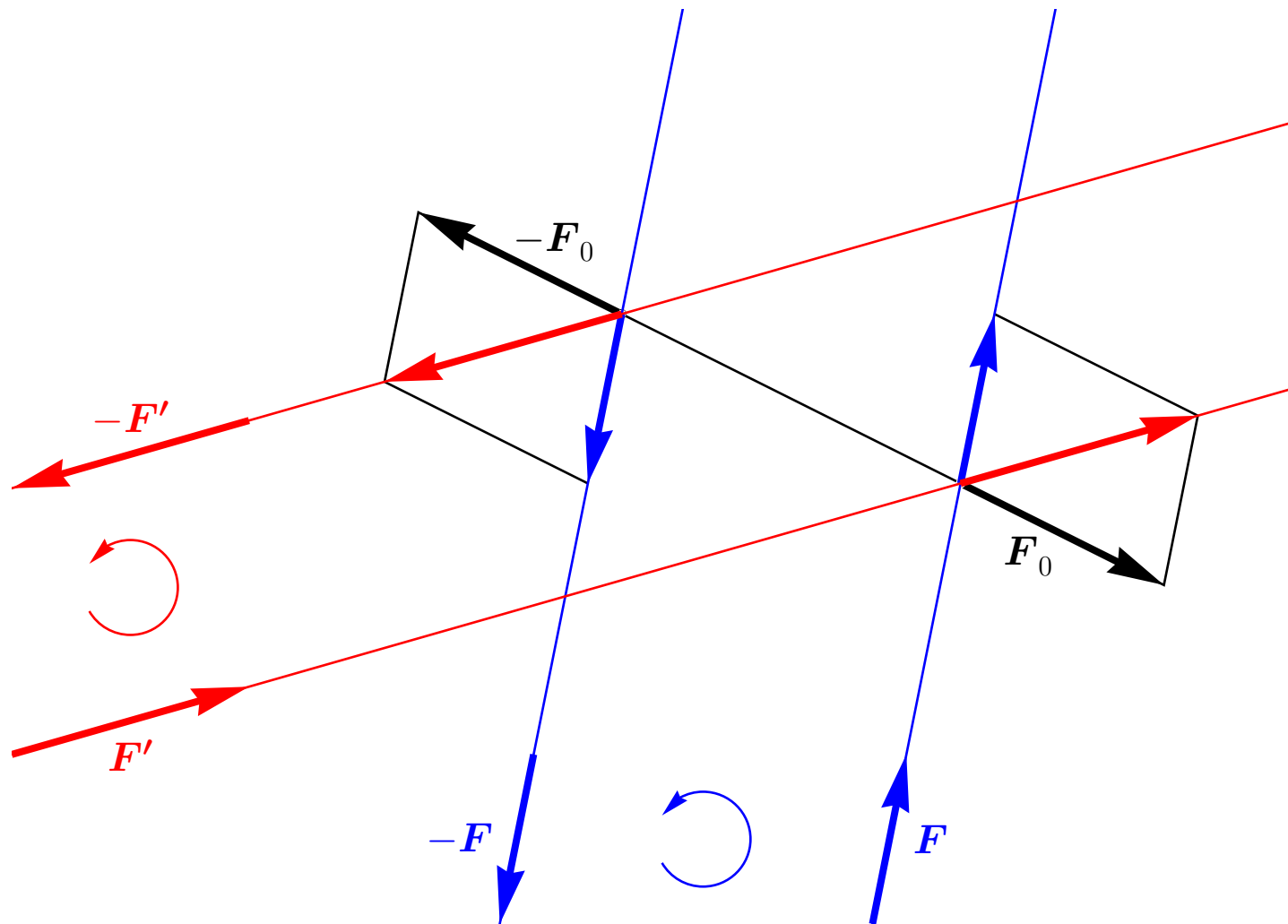
(Sinussatz)

$$\sin \beta = \frac{F_2}{F} \sin(\pi - \alpha) = \frac{F_2 \sin \alpha}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}}$$

Ebene Kräftesysteme: Reduktion paralleler Kräfte

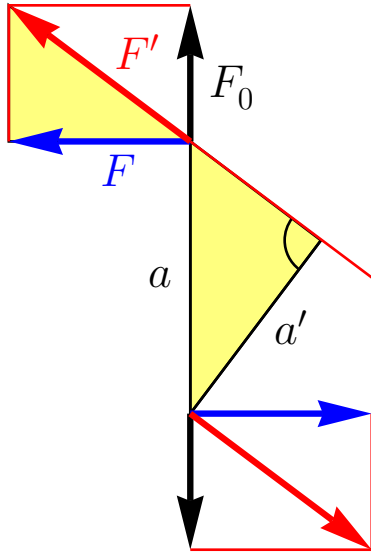


Transformation eines Kräfte dipols



Kräftepaar und statisches Moment

Kräftepaar in der Ebene

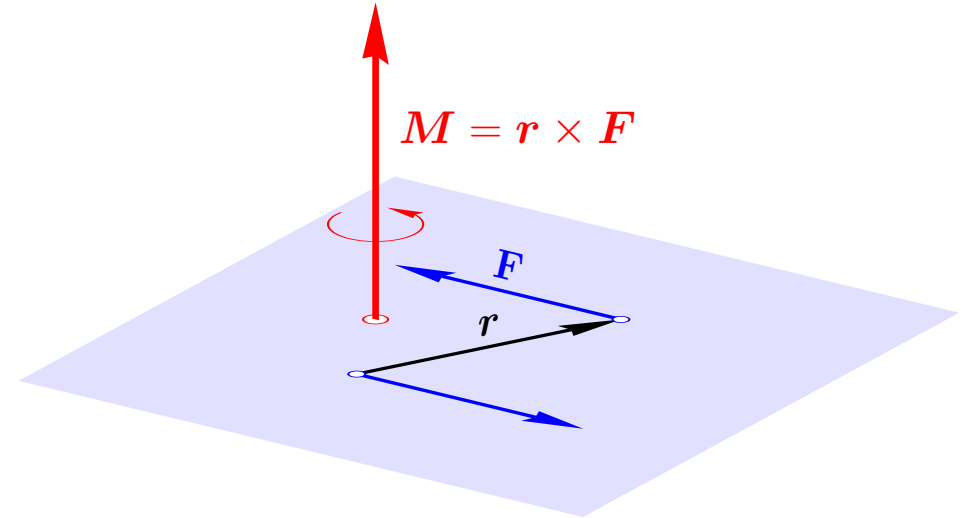


$$F a = F' a'$$

Invarianten:

- Statisches Moment $F a$
- Drehsinn $\curvearrowright (+)$ oder $\curvearrowleft (-)$

Kräftepaar im Raum

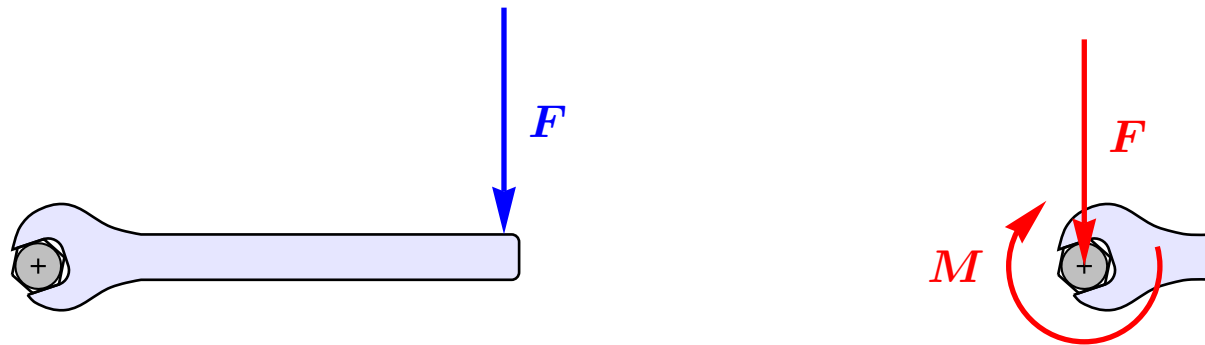
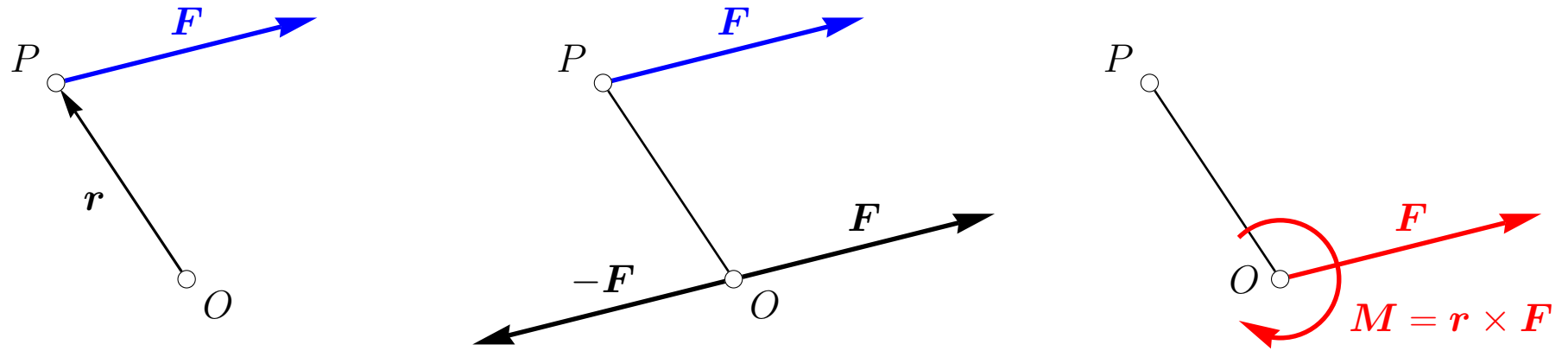


Momentenvektor $M = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$

- Betrag: statisches Moment
- Richtung: – orthogonal zur Ebene des Kräftepaars
– Rechtsschraubenregel

Der Momentenvektor ist ein **freier** Vektor: Er ist **nicht** an einen Angriffspunkt oder eine Wirkungslinie gebunden.

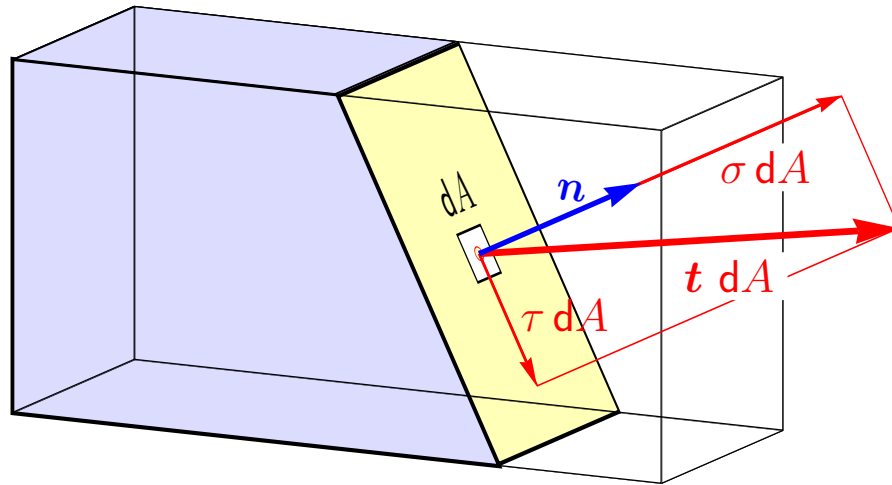
„Verpflanzung“ einer Kraft



Inhalt

1. Kräftesysteme und Gleichgewicht
2. Gewichtskraft und Schwerpunkt
3. Reibung
4. Statik des starren Balkens
5. **Grundbegriffe der Festigkeitslehre**
 - 5.1 **Normal- und Schubspannungen**
 - 5.2 **Der Mohrsche Spannungskreis**
 - 5.3 **Dehnung und Scherung**
 - 5.4 **Hookesches Gesetz**
6. Fachwerke
7. Torsion
8. Biegung gerader Balken
9. Seilstatik

Normal- und Schubspannungen



n Normaleneinheitsvektor
(nach außen orientiert)

t Spannungsvektor

Normalspannung:
Komponente senkrecht zur Schnittfläche

$$\sigma = n \cdot t$$

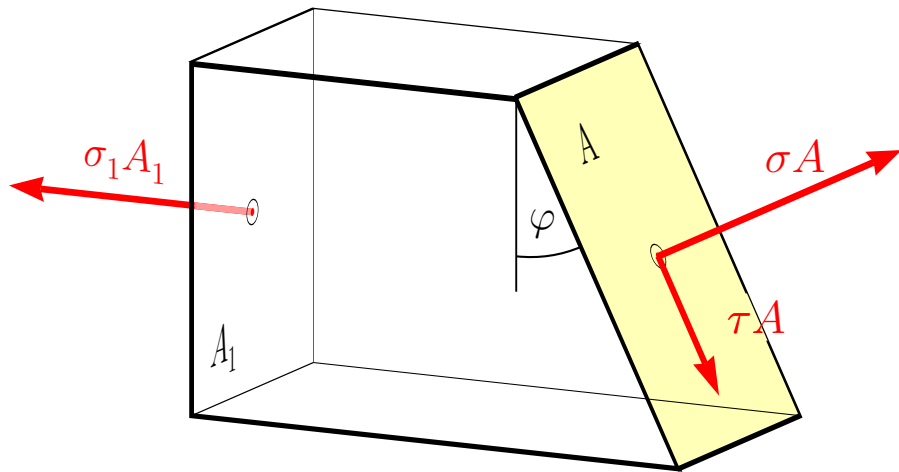
$\sigma > 0$ Zugspannung

$\sigma < 0$ Druckspannung

Schubspannung:
Komponente in der Schnittfläche

$$\tau = |t - \sigma n|$$

Mohrscher Kreis: Einachsiger Spannungszustand

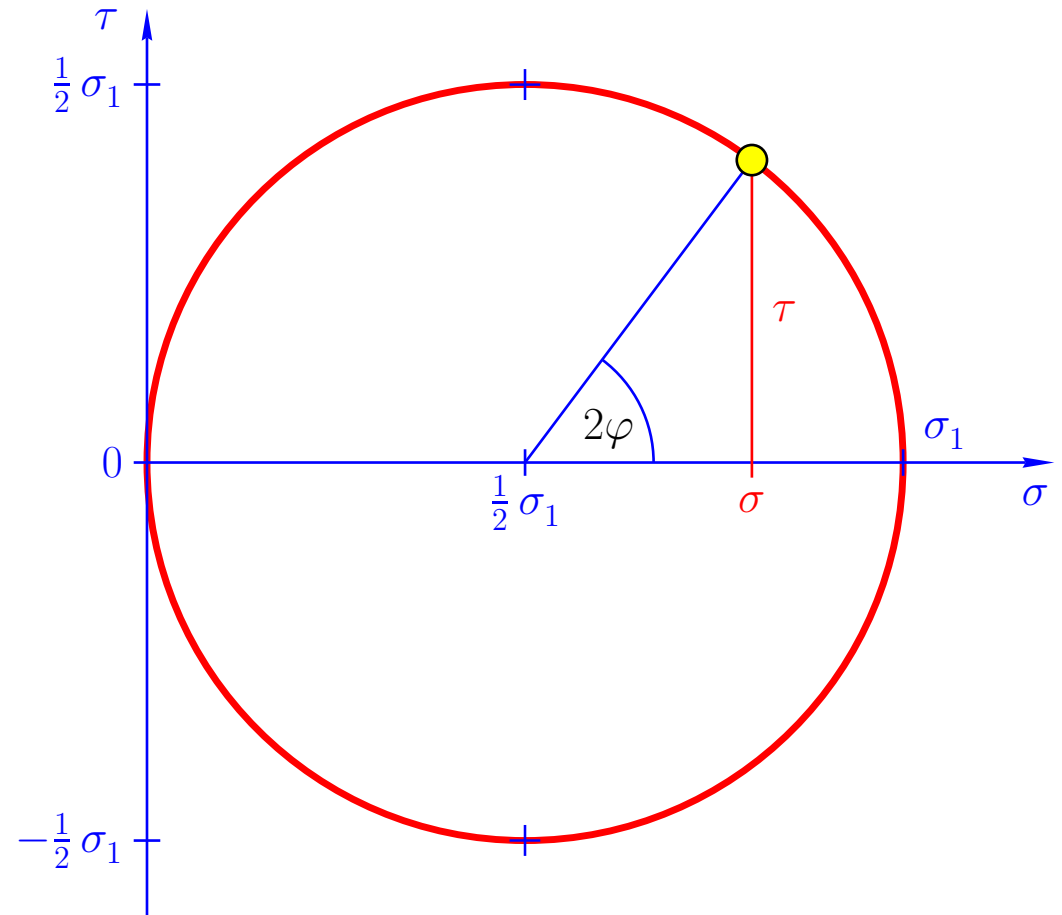


$$A_1 = A \cos \varphi$$

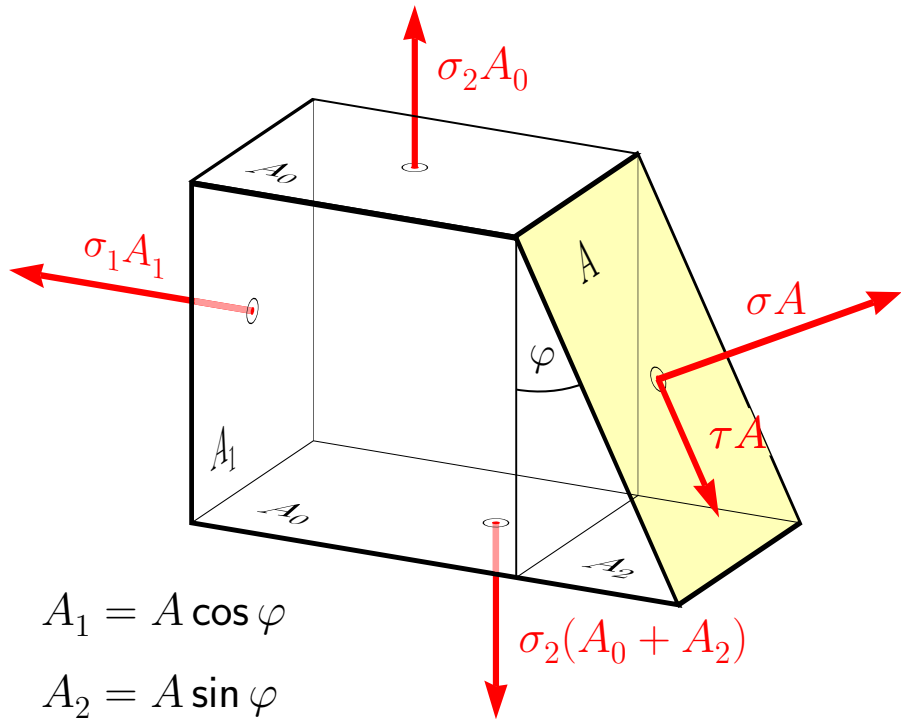
Normal- und Schubspannungen

$$\sigma = \frac{1}{2} \sigma_1 (1 + \cos 2\varphi)$$

$$\tau = \frac{1}{2} \sigma_1 \sin 2\varphi$$



Mohrscher Kreis: Zweiachsiger Spannungszustand



$$A_1 = A \cos \varphi$$

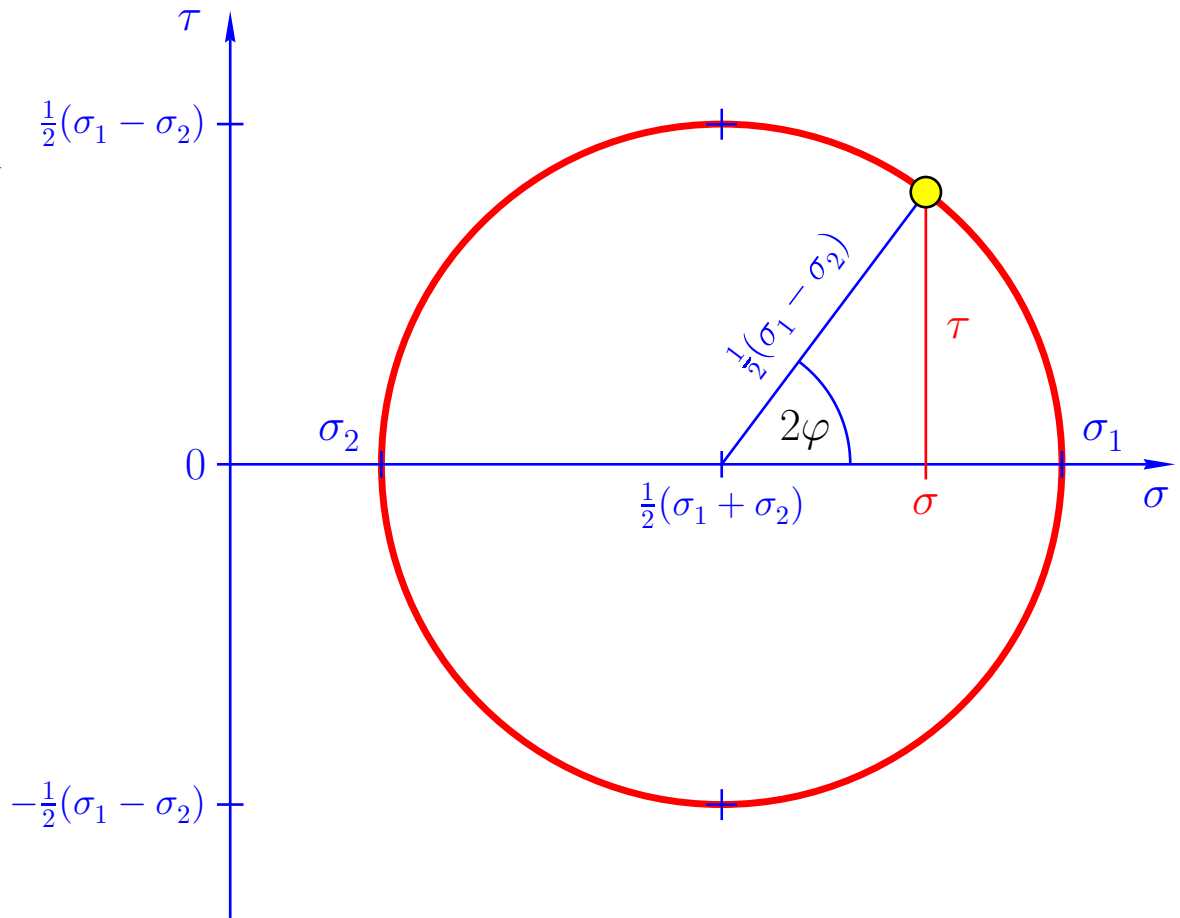
$$A_2 = A \sin \varphi$$

$$\sigma_2(A_0 + A_2)$$

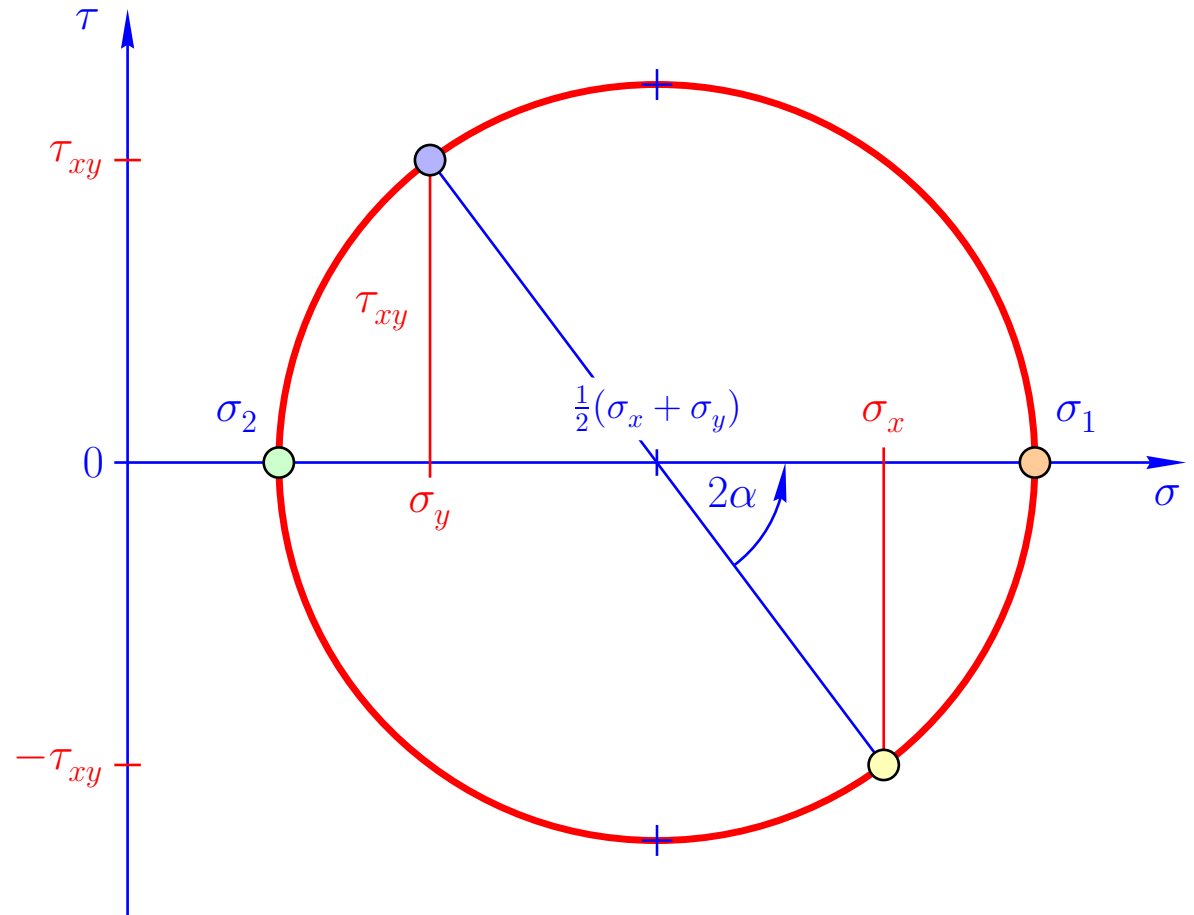
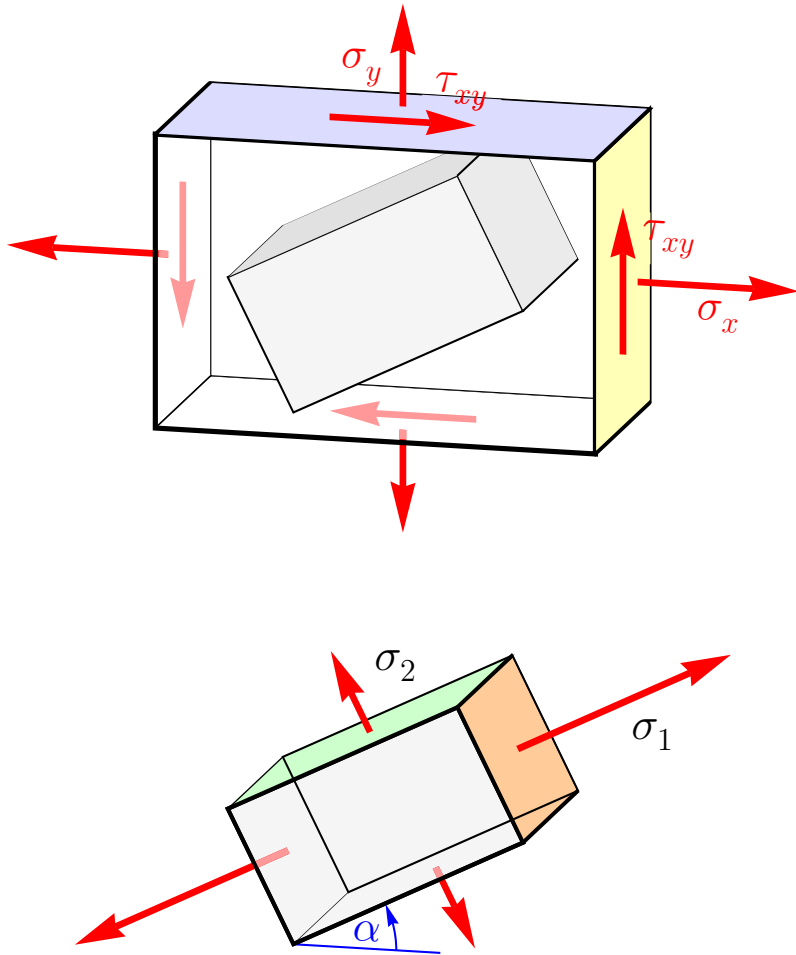
Normal- und Schubspannungen

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\varphi$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\varphi$$

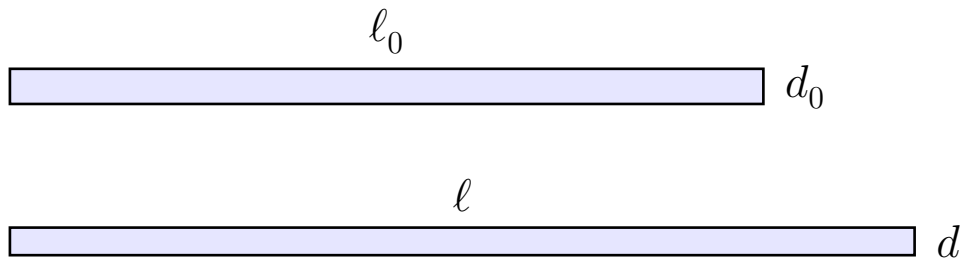


Mohrscher Kreis: Hauptspannungen



Verzerrungen

Dehnung:
relative Längenänderung



Längsdehnung

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0}$$

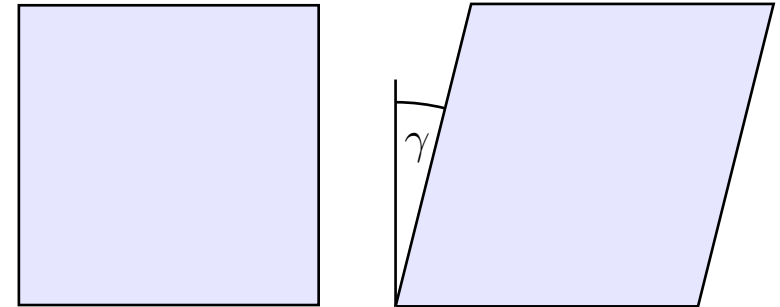
Querdehnung

$$\varepsilon_q = \frac{d - d_0}{d_0}$$

Volumendehnung

$$\varepsilon_V = \frac{V - V_0}{V_0} \approx \varepsilon + 2\varepsilon_q$$

Scherung:
Winkeländerung



Scherungswinkel

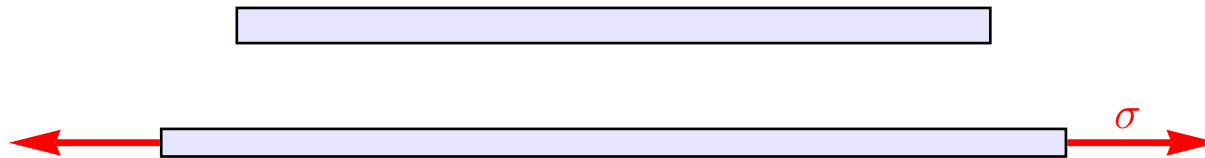
γ

Scherung, Gleitung

$$k = \tan \gamma \approx \gamma$$

Hookesches Gesetz

Längs- und Querdehnung



$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma$$

$$\varepsilon_q = -\frac{\nu}{E} \sigma$$

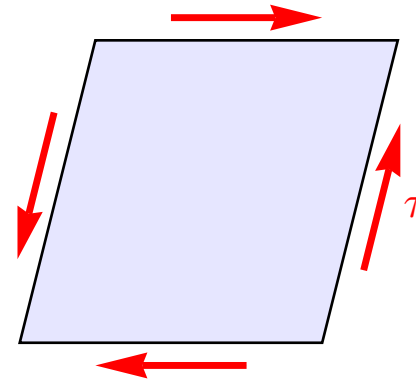
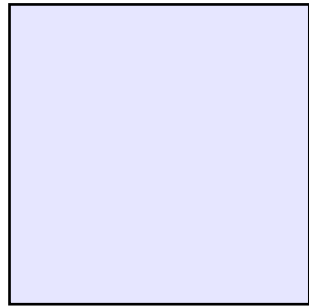
Materialkonstanten

E Elastizitätsmodul *Young's modulus*

ν Querdehnungszahl *Poisson's ratio*

Hookesches Gesetz

Scherung



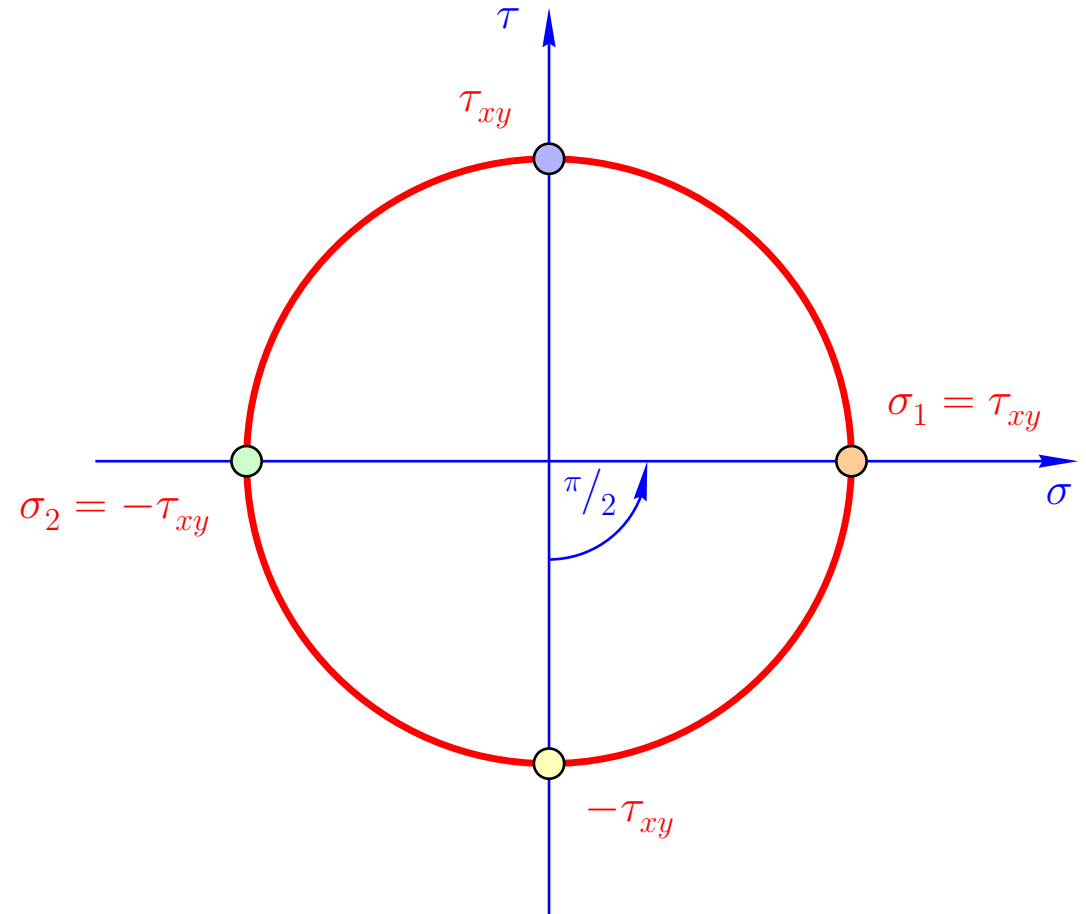
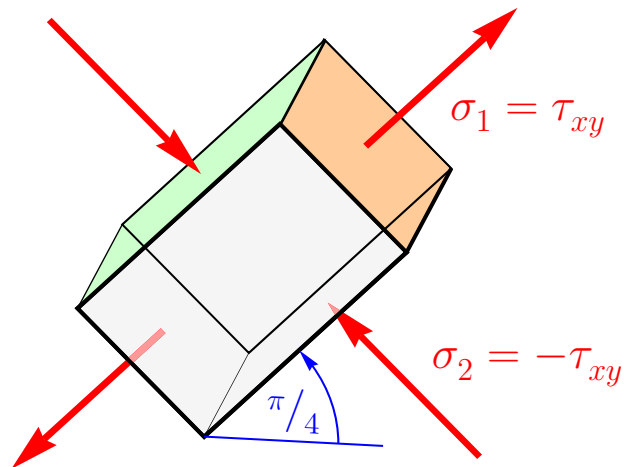
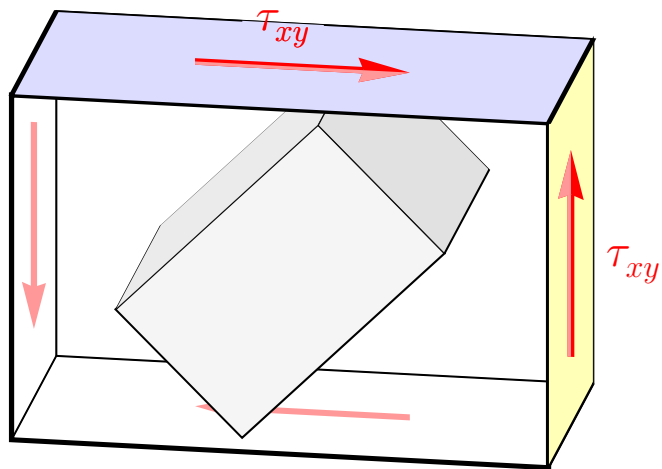
$$\gamma = \frac{1}{G} \tau$$

Materialkonstante

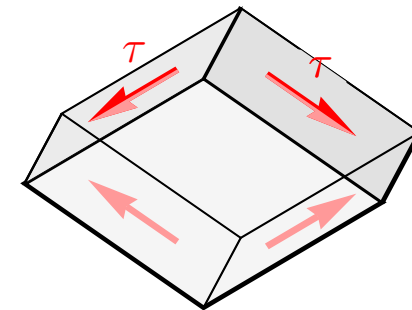
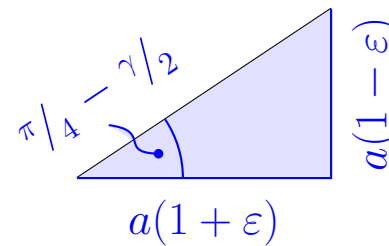
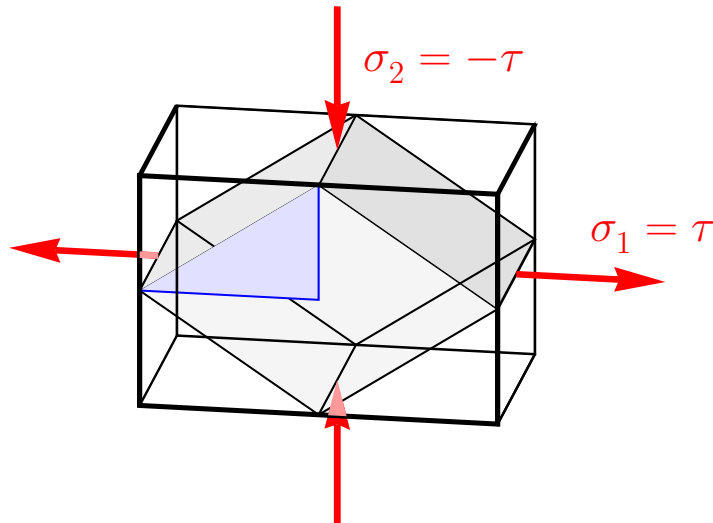
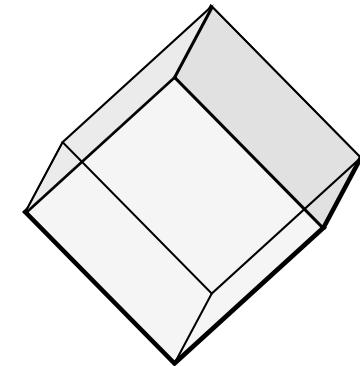
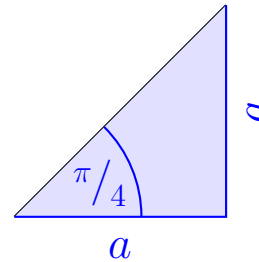
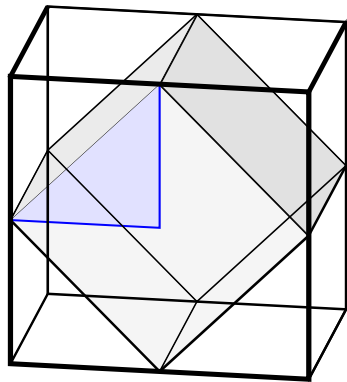
G Schubmodul *shear modulus*

Beziehung zwischen den Materialkonstanten: $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$

Einfache Scherung: Hauptspannungsrichtungen

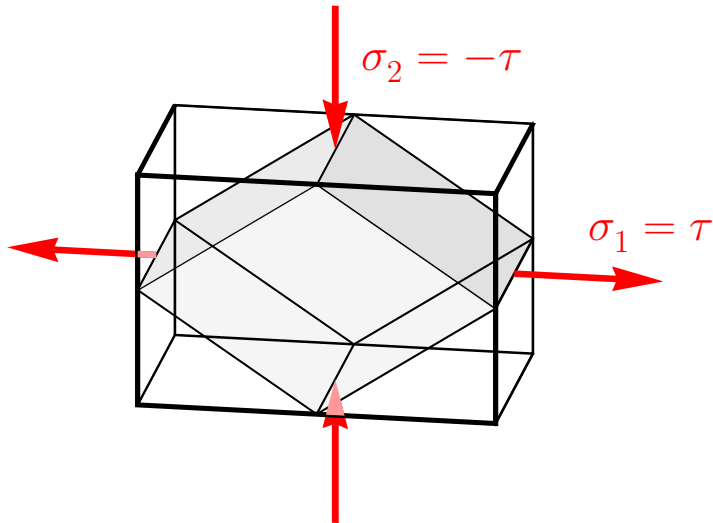


Zusammenhang zwischen Dehnungen und Scherung



$$\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon} = \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2} \right)$$

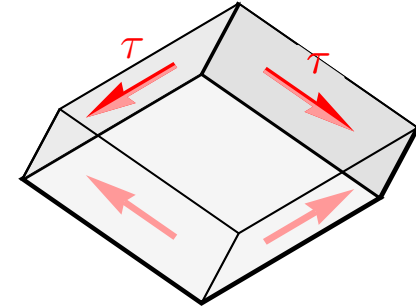
Zusammenhang zwischen den Materialkonstanten



Näherung für kleine
Verzerrungen

$$|\varepsilon|, |\gamma| \ll 1$$

$$\gamma \approx 2\varepsilon$$



Hookesches Gesetz

$$\varepsilon = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2) = \frac{1+\nu}{E}\tau$$

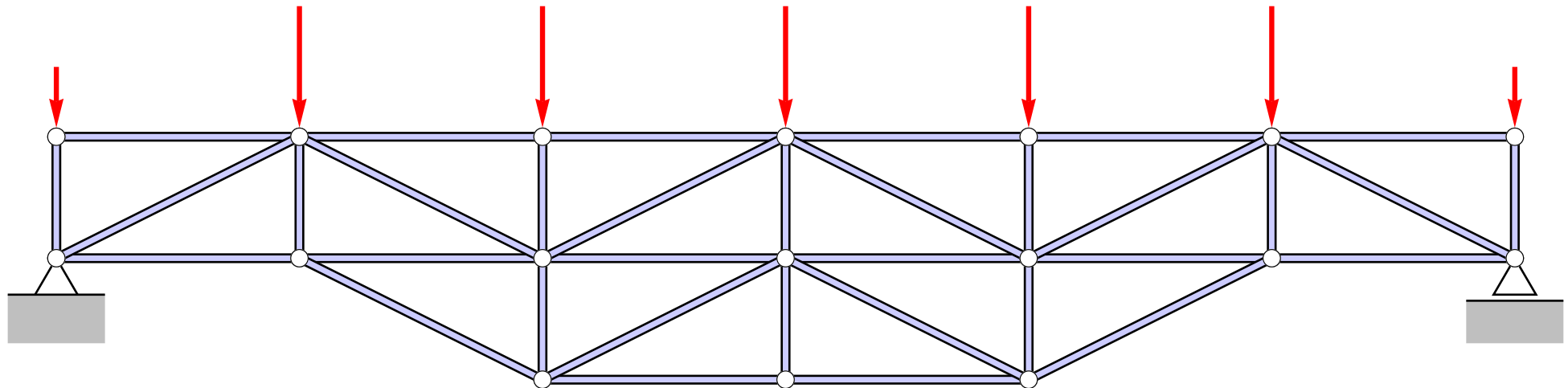
$$\gamma = \frac{1}{G}\tau$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Inhalt

1. Kräftesysteme und Gleichgewicht
2. Gewichtskraft und Schwerpunkt
3. Reibung
4. Statik des starren Balkens
5. Grundbegriffe der Festigkeitslehre
- 6. Fachwerke**
 - 6.1 Verschiebungsmethode**
7. Torsion
8. Biegung gerader Balken
9. Seilstatik

Fachwerke



Kennzeichen eines Fachwerks:

- Verband von gelenkig verbundenen Stäben
- Krafteinleitung ausschließlich in den Knoten
- Stäbe nur auf Zug oder Druck beansprucht

Gegeben:

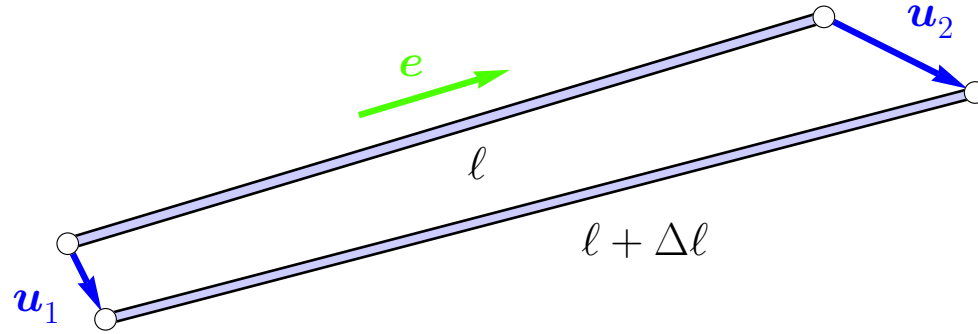
- Geometrie
- Materialdaten
- Lagerung
- Belastung

Gesucht:

- Knotenverschiebungen
- Stabkräfte
- Lagerreaktionen

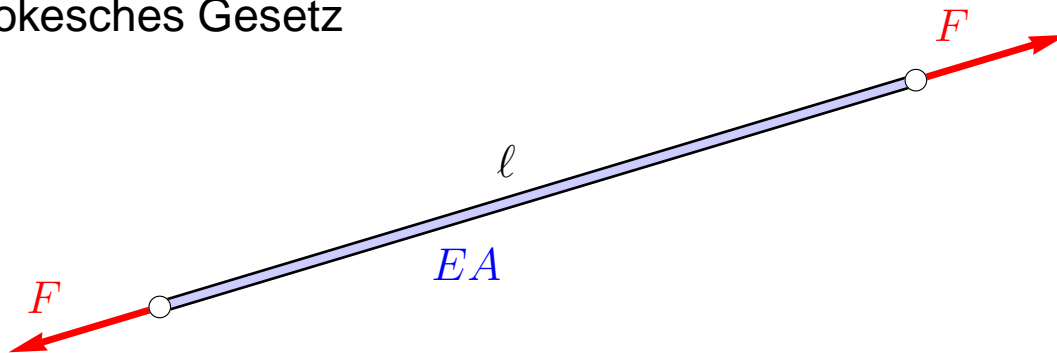
Fachwerkstab

Längenänderung eines Fachwerkstabes



$$\Delta l = e \cdot (u_2 - u_1) + \frac{1}{2l} |e \times (u_2 - u_1)|^2 + \dots$$

Hookesches Gesetz



$$F = \frac{EA}{l} \Delta l$$

E Elastizitätsmodul
 A Stabquerschnitt

EA Zugsteifigkeit
 EA/l Federkonstante